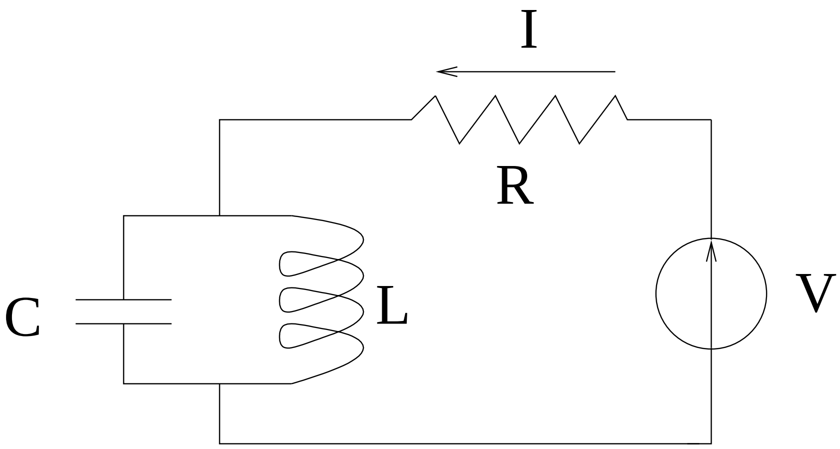
Provetta di Controlli Automatici 1, a.a. 2001/02

1. (Antirisonanza). Il circuito riportato in figura ha equazioni

$$\begin{aligned} CR\dot{V}_C(t) &= -V_C(t) - RI_L(t) + V(t) \\ L\dot{I}_L(t)(t) &= V_C(t) \\ I(t) &= V(t)/R - V_C(t)/R \end{aligned}$$



La variable $u(t) = V(t)$ è l'ingresso mentre $y(t) = I(t)$ è l'uscita. Si determinino il vettore di stato $x(t)$ e le matrici (A, B, C, D) della rappresentazione di stato. Si determini la funzione di trasferimento. Si consideri l'ingresso $u(t) = \cos(\omega t)$. Per quale valore della pulsazione ω si ha che $\lim_{t\to\infty} y(t) = 0$?

2. (Sfasatore) Si determini una funzione di trasferimento del tipo

$$F(s) = \frac{1}{s^2 + as + b}$$

di un sistema lineare invariante in modo tale che, siano verificate le condizioni seguenti

1) il sistema risulti asintoticamente stabile

2) la risposta a regime corrispondente all'ingresso $u(t) = \cos(\omega_0 t)$ sia $y(t) = sin(\omega_0 t)$ (si noti che $\sin(\omega_0 t) = \cos(\omega_0 t - \pi/2) \dots$).

3. (Il punto di equilibrio) Si consideri il sistema non lineare

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= -x_1(t) - x_1(t)x_2(t) + 2u(t) \\ \dot{x}_2(t) &= x_1(t) - x_2(t)^2 \end{aligned}$$

Si determinino $\bar{u}$ e $\bar{x}_1$ in modo che il sistema sia in equilibrio per $\bar{x}_2 = 1$. Si scriva l'approssimante lineare in tale punto di equilibrio e se ne studi la stabilità.

4. Si dimostri che se A ha autovalori $\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n\}$, allora gli autovalori della matrice e^{AT} sono

$$\{e^{\lambda_1 T}, e^{\lambda_2 T}, \dots, e^{\lambda_n T}\}.$$

(È lecito assumere, per semplicità, che $\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n\}$ siano distinti fra loro.

5. Si consideri il sistema $\dot{x}(t) = Ax(t)$ con

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 2-k & 0 \end{bmatrix}$$

Determinare l'insieme dei valori di $k > 0$ per cui il sistema è asintoticamente stabile e non presenta modi oscillanti (anche se smorzati).