

Nome: \_\_\_\_\_  
Cognome: \_\_\_\_\_  
Matricola: \_\_\_\_\_

**Istituzioni di Matematica I**  
**2 Luglio 2009**

Buon lavoro!

1. Quale di questi enunciati è una tautologia?

- (a)  $(A \wedge B \wedge C) \vee (\neg A \wedge (\neg B \vee C))$
- (b)  $(\neg(\neg A \vee \neg B) \wedge \neg C) \vee (\neg A \vee \neg B \vee C)$
- (c)  $(\neg(\neg A \vee B) \wedge \neg C) \vee (\neg A \vee B \vee \neg C)$
- (d) Nessuna

2. Quale di questi enunciati è un assurdo?

- (a)  $\neg((A \vee B \vee \neg C) \wedge (A \vee \neg B \vee C))$
- (b)  $((B \wedge A) \vee \neg C) \wedge (A \vee \neg B \vee \neg C)$
- (c)  $\neg(A \wedge \neg(\neg B \vee C)) \wedge (\neg\neg A \wedge B \wedge \neg C)$
- (d) Nessuna

3. L'enunciato  $\neg A \vee (A \wedge B \wedge C)$

- (a) È vero solo quando A è vero.
- (b) È vero solo quando A è falso.
- (c) È falso solo quando A è falso.
- (d) Nessuna delle risposte precedenti.

4. Scrivere la negazione di *tutti i gatti sono verdi e qualche leone è rosso*.

\_\_\_\_\_

5. Dati gli insiemi

$$A = \{x \mid x \in \mathbf{N} \wedge x \text{ divisibile per } 3 \wedge 2 \leq x \leq 25\}$$
$$B = \{x \mid x \in \mathbf{N} \wedge 5 \leq x \leq 26 \wedge x \text{ è pari}\}$$

scrivere in forma tabellare

- $A \cup B$ : \_\_\_\_\_
- $A \cap B$ : \_\_\_\_\_
- $(A \cap \emptyset \cap B) \cup (A \cup \emptyset)$ : \_\_\_\_\_

6. Dati due insiemi  $I$  e  $J$ .  $I \cup J = I \cap J$

- (a) È vero solo se  $I = \emptyset$  e  $J = \emptyset$ .
- (b) È vero solo se  $I = \emptyset$  o  $J = \emptyset$ .
- (c) È vero ogni volta che  $I = J$ .
- (d) È vero per ogni insieme  $I$  e ogni insieme  $J$ .

7. Dire quale delle seguenti relazioni NON è una funzione.

- (a) la relazione che associa ad ogni numero intero  $q$  il suo quadrato.
- (b) la relazione che associa ad ogni numero razionale  $q$  il suo reciproco razionale  $1/q$ .
- (c) la relazione che associa ad ogni numero naturale  $n$  il valore  $n + 6$ .

8. La relazione definita nel seguente modo:

$$f(z) = \begin{cases} 1 & \text{se } z \leq 0 \\ 2 & \text{se } z > 0 \end{cases}$$

dove  $z \in \mathbf{Z}$

- (a) è una funzione biettiva da  $\mathbf{Z}$  in  $\mathbf{N}$ .
- (b) è una funzione iniettiva da  $\mathbf{Z}$  in  $\{1, 2\}$ .
- (c) è una funzione suriettiva da  $\mathbf{Z}$  in  $\{1, 2\}$ .
- (d) non è una funzione.

9. Dire quale delle seguenti funzioni è biettiva:

- (a) la funzione  $f: \mathbf{Z}$  in  $\mathbf{Z}$  definita come  $f(z) = z^2$  per ogni  $z \in \mathbf{Z}$ .
- (b) la funzione  $f: \mathbf{N}$  in  $\mathbf{N}$  definita come  $f(n) = n^2$  per ogni  $n \in \mathbf{N}$ .
- (c) la funzione  $f: \mathbf{Q}$  in  $\mathbf{Q}$  definita come  $f(q) = q^2$  per ogni  $q \in \mathbf{Q}$ .
- (d) nessuna.

# Answer Key for Exam A

1. Quale di questi enunciati è una tautologia?

- (a)  $(A \wedge B \wedge C) \vee (\neg A \wedge (\neg B \vee C))$
- (b)  $(\neg(\neg A \vee \neg B) \wedge \neg C) \vee (\neg A \vee \neg B \vee C)$
- (c)  $(\neg(\neg A \vee B) \wedge \neg C) \vee (\neg A \vee B \vee \neg C)$
- (d) Nessuna

2. Quale di questi enunciati è un assurdo?

- (a)  $\neg((A \vee B \vee \neg C) \wedge (A \vee \neg B \vee C))$
- (b)  $((B \wedge A) \vee \neg C) \wedge (A \vee \neg B \vee \neg C)$
- (c)  $\neg(A \wedge \neg(\neg B \vee C)) \wedge (\neg\neg A \wedge B \wedge \neg C)$
- (d) Nessuna

3. L'enunciato  $\neg A \vee (A \wedge B \wedge C)$

- (a) È vero solo quando A è vero.
- (b) È vero solo quando A è falso.
- (c) È falso solo quando A è falso.
- (d) Nessuna delle risposte precedenti.

4. Scrivere la negazione di *tutti i gatti sono verdi e qualche leone è rosso*.

Qualche gatto non è verde o tutti i leoni non sono rossi

5. Dati gli insiemi

$$A = \{x \mid x \in \mathbf{N} \wedge x \text{ divisibile per } 3 \wedge 2 \leq x \leq 25\}$$
$$B = \{x \mid x \in \mathbf{N} \wedge 5 \leq x \leq 26 \wedge x \text{ è pari}\}$$

scrivere in forma tabellare

- $A \cup B$ :  $\{6,3,8,9,10,12,14,15,16,18,20,21,24,26\}$
- $A \cap B$ :  $\{6,12,18,24\}\{6,12,18,24\}\{6,12,18,24\}$
- $(A \cap \emptyset \cap B) \cup (A \cup \emptyset)$ :  $\{6,12,18,24\}\{6,12,18,24\}\{6,12,18,24\}$

6. Dati due insiemi  $I$  e  $J$ .  $I \cup J = I \cap J$

- (a) È vero solo se  $I = \emptyset$  e  $J = \emptyset$ .
- (b) È vero solo se  $I = \emptyset$  o  $J = \emptyset$ .
- (c) È vero ogni volta che  $I = J$ .
- (d) È vero per ogni insieme  $I$  e ogni insieme  $J$ .

7. Dire quale delle seguenti relazioni NON è una funzione.

- (a) la relazione che associa ad ogni numero intero  $q$  il suo quadrato.
- (b) la relazione che associa ad ogni numero razionale  $q$  il suo reciproco razionale  $1/q$ .
- (c) la relazione che associa ad ogni numero naturale  $n$  il valore  $n + 6$ .

8. La relazione definita nel seguente modo:

$$f(z) = \begin{cases} 1 & \text{se } z \leq 0 \\ 2 & \text{se } z > 0 \end{cases}$$

dove  $z \in \mathbf{Z}$

- (a) è una funzione biettiva da  $\mathbf{Z}$  in  $\mathbf{N}$ .
- (b) è una funzione iniettiva da  $\mathbf{Z}$  in  $\{1, 2\}$ .
- (c) è una funzione suriettiva da  $\mathbf{Z}$  in  $\{1, 2\}$ .
- (d) non è una funzione.

9. Dire quale delle seguenti funzioni è biettiva:

- (a) la funzione  $f: \mathbf{Z}$  in  $\mathbf{Z}$  definita come  $f(z) = z^2$  per ogni  $z \in \mathbf{Z}$ .
- (b) la funzione  $f: \mathbf{N}$  in  $\mathbf{N}$  definita come  $f(n) = n^2$  per ogni  $n \in \mathbf{N}$ .
- (c) la funzione  $f: \mathbf{Q}$  in  $\mathbf{Q}$  definita come  $f(q) = q^2$  per ogni  $q \in \mathbf{Q}$ .
- (d) nessuna.