

Nome: _____
Cognome: _____
Matricola: _____

Istituzioni di Matematica I
2 Luglio 2009

Buon lavoro!

1. Quale di questi enunciati è una tautologia?

- (a) $(A \wedge B \wedge C) \vee (\neg A \wedge (\neg B \vee C))$
- (b) $(\neg(\neg A \vee \neg B) \wedge \neg C) \vee (\neg A \vee \neg B \vee C)$
- (c) $(\neg(\neg A \vee B) \wedge \neg C) \vee (\neg A \vee B \vee \neg C)$
- (d) Nessuna

2. Quale di questi enunciati è un assurdo?

- (a) $\neg((A \vee B \vee \neg C) \wedge (A \vee \neg B \vee C))$
- (b) $((B \wedge A) \vee \neg C) \wedge (A \vee \neg B \vee \neg C)$
- (c) $\neg(A \wedge \neg(\neg B \vee C)) \wedge (\neg\neg A \wedge B \wedge \neg C)$
- (d) Nessuna

3. L'enunciato $\neg A \vee (A \wedge B \wedge C)$

- (a) È vero solo quando A è vero.
- (b) È vero solo quando A è falso.
- (c) È falso solo quando A è falso.
- (d) Nessuna delle risposte precedenti.

4. Scrivere la negazione di *tutti i gatti sono verdi e qualche leone è rosso*.

5. Dati gli insiemi

$$A = \{x \mid x \in \mathbf{N} \wedge x \text{ divisibile per } 3 \wedge 2 \leq x \leq 25\}$$
$$B = \{x \mid x \in \mathbf{N} \wedge 5 \leq x \leq 26 \wedge x \text{ è pari}\}$$

scrivere in forma tabellare

- $A \cup B$: _____
- $A \cap B$: _____
- $(A \cap \emptyset \cap B) \cup (A \cup \emptyset)$: _____

6. Dati due insiemi I e J . $I \cup J = I \cap J$

- (a) È vero solo se $I = \emptyset$ e $J = \emptyset$.
- (b) È vero solo se $I = \emptyset$ o $J = \emptyset$.
- (c) È vero ogni volta che $I = J$.
- (d) È vero per ogni insieme I e ogni insieme J .

7. Dire quale delle seguenti relazioni NON è una funzione.

- (a) la relazione che associa ad ogni numero intero q il suo quadrato.
- (b) la relazione che associa ad ogni numero razionale q il suo reciproco razionale $1/q$.
- (c) la relazione che associa ad ogni numero naturale n il valore $n + 6$.

8. La relazione definita nel seguente modo:

$$f(z) = \begin{cases} 1 & \text{se } z \leq 0 \\ 2 & \text{se } z > 0 \end{cases}$$

dove $z \in \mathbf{Z}$

- (a) è una funzione biettiva da \mathbf{Z} in \mathbf{N} .
- (b) è una funzione iniettiva da \mathbf{Z} in $\{1, 2\}$.
- (c) è una funzione suriettiva da \mathbf{Z} in $\{1, 2\}$.
- (d) non è una funzione.

9. Dire quale delle seguenti funzioni è biettiva:

- (a) la funzione $f: \mathbf{Z}$ in \mathbf{Z} definita come $f(z) = z^2$ per ogni $z \in \mathbf{Z}$.
- (b) la funzione $f: \mathbf{N}$ in \mathbf{N} definita come $f(n) = n^2$ per ogni $n \in \mathbf{N}$.
- (c) la funzione $f: \mathbf{Q}$ in \mathbf{Q} definita come $f(q) = q^2$ per ogni $q \in \mathbf{Q}$.
- (d) nessuna.

Answer Key for Exam A

1. Quale di questi enunciati è una tautologia?

- (a) $(A \wedge B \wedge C) \vee (\neg A \wedge (\neg B \vee C))$
- (b) $(\neg(\neg A \vee \neg B) \wedge \neg C) \vee (\neg A \vee \neg B \vee C)$
- (c) $(\neg(\neg A \vee B) \wedge \neg C) \vee (\neg A \vee B \vee \neg C)$
- (d) Nessuna

2. Quale di questi enunciati è un assurdo?

- (a) $\neg((A \vee B \vee \neg C) \wedge (A \vee \neg B \vee C))$
- (b) $((B \wedge A) \vee \neg C) \wedge (A \vee \neg B \vee \neg C)$
- (c) $\neg(A \wedge \neg(\neg B \vee C)) \wedge (\neg\neg A \wedge B \wedge \neg C)$
- (d) Nessuna

3. L'enunciato $\neg A \vee (A \wedge B \wedge C)$

- (a) È vero solo quando A è vero.
- (b) È vero solo quando A è falso.
- (c) È falso solo quando A è falso.
- (d) Nessuna delle risposte precedenti.

4. Scrivere la negazione di *tutti i gatti sono verdi e qualche leone è rosso*.

Qualche gatto non è verde o tutti i leoni non sono rossi

5. Dati gli insiemi

$$A = \{x \mid x \in \mathbf{N} \wedge x \text{ divisibile per } 3 \wedge 2 \leq x \leq 25\}$$
$$B = \{x \mid x \in \mathbf{N} \wedge 5 \leq x \leq 26 \wedge x \text{ è pari}\}$$

scrivere in forma tabellare

- $A \cup B$: $\{6,3,8,9,10,12,14,15,16,18,20,21,24,26\}$
- $A \cap B$: $\{6,12,18,24\}\{6,12,18,24\}\{6,12,18,24\}$
- $(A \cap \emptyset \cap B) \cup (A \cup \emptyset)$: $\{6,12,18,24\}\{6,12,18,24\}\{6,12,18,24\}$

6. Dati due insiemi I e J . $I \cup J = I \cap J$

- (a) È vero solo se $I = \emptyset$ e $J = \emptyset$.
- (b) È vero solo se $I = \emptyset$ o $J = \emptyset$.
- (c) È vero ogni volta che $I = J$.
- (d) È vero per ogni insieme I e ogni insieme J .

7. Dire quale delle seguenti relazioni NON è una funzione.

- (a) la relazione che associa ad ogni numero intero q il suo quadrato.
- (b) la relazione che associa ad ogni numero razionale q il suo reciproco razionale $1/q$.
- (c) la relazione che associa ad ogni numero naturale n il valore $n + 6$.

8. La relazione definita nel seguente modo:

$$f(z) = \begin{cases} 1 & \text{se } z \leq 0 \\ 2 & \text{se } z > 0 \end{cases}$$

dove $z \in \mathbf{Z}$

- (a) è una funzione biettiva da \mathbf{Z} in \mathbf{N} .
- (b) è una funzione iniettiva da \mathbf{Z} in $\{1, 2\}$.
- (c) è una funzione suriettiva da \mathbf{Z} in $\{1, 2\}$.
- (d) non è una funzione.

9. Dire quale delle seguenti funzioni è biettiva:

- (a) la funzione $f: \mathbf{Z}$ in \mathbf{Z} definita come $f(z) = z^2$ per ogni $z \in \mathbf{Z}$.
- (b) la funzione $f: \mathbf{N}$ in \mathbf{N} definita come $f(n) = n^2$ per ogni $n \in \mathbf{N}$.
- (c) la funzione $f: \mathbf{Q}$ in \mathbf{Q} definita come $f(q) = q^2$ per ogni $q \in \mathbf{Q}$.
- (d) nessuna.