

PROVA D'ESAME DI INFORMATICA II
22 SETTEMBRE 2008

CORSO DI LAUREA IN MATEMATICA
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI UDINE

Esercizio 1 - Punti 3. Valutare il comportamento asintotico della seguente funzione ricorsiva

$$T(n) = \begin{cases} T(n/2) + \sqrt{n} & \text{se } n > 1 \\ 1 & \text{se } n = 1 \end{cases}$$

Esercizio 2 - Punti 5. Calcolare con criterio di costo logaritmico il costo $T(n)$ in termini di tempo della seguente procedura

```
int Gog(int n){
    int i=0;
    int j=1;
    int k;
    while(j<n){
        i=i+1;
        for(k=0;k<j;k++){
            j=j+1;
        }
    }
    return i;
}
```

Quale è il risultato ritornato da `Gog(n)`?

Esercizio 3 - Punti 5. Dato un vettore di interi A diciamo che A è un *interval-vector* se A è ordinato, privo di ripetizioni, e per ogni $x \in \mathbb{Z}$ se x occorre in A ed x non è il massimo di A , allora $x + 1$ occorre in A . Dati due interval-vector A e B si consideri il problema di determinare quanti elementi compaiono sia in A che in B . Scrivere il codice di una funzione C per risolvere tale problema. Calcolarne la complessità con criterio di costo uniforme.

Esercizio 4 - Punti 5. Sia T un albero binario completo contenente n chiavi intere e sia A un vettore di interi di dimensione n . Si consideri il problema di copiare le chiavi di T in A a partire dalla radice, procedendo per livelli e scandendo ogni livello da destra verso sinistra.

Si scriva in C il codice di una procedura che permette di risolvere tale problema, definendo anche le strutture dati necessarie. Se ne calcoli la complessità con criterio di costo uniforme.

Esercizio 5 - Punti 6. Sia G un grafo orientato, sia s un nodo di G e sia D un vettore che memorizza per ogni nodo v la distanza di v da s . Si modifichi il grafo G aggiungendo un arco (u, w) . Come si dovrà modificare il vettore D ?

Si implementi in C la struttura dati grafo attraverso liste di adiacenza. Si scriva in C il codice di una procedura che dati in input $G, s, D, (u, w)$ ricalcoli il vettore D in modo opportuno. Nel caso non ci siano modifiche da fare sul vettore D la procedura deve terminare in tempo costante.

Si calcoli la complessità della procedura proposta con criterio di costo uniforme nell'ipotesi che il nodo w raggiunga al più k nodi.

Esercizio 6 - Punti 6. Dimostrare che esiste una funzione (ad esempio, dai numeri naturali ai numeri naturali) il cui calcolo richiede tempo esponenziale. Argomentare sull'inclusione propria/impropria delle classi di complessità P ed EXP .