

PROVA D'ESAME DI INFORMATICA II
23 GIUGNO 2008

CORSO DI LAUREA IN MATEMATICA
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI UDINE

Esercizio 1 - Punti 3. Valutare il comportamento asintotico della seguente funzione ricorsiva

$$T(n) = \begin{cases} T(n-1) + \log n & \text{se } n > 1 \\ 1 & \text{se } n = 1 \end{cases}$$

Esercizio 2 - Punti 4. Calcolare con criterio di costo logaritmico il costo $T(a)$ in termini di tempo della seguente procedura

```
int Vid(int a){
    int i=0; int j=0;
    while(j<a){
        i=i+1;
        j=j+3;
    }
    return i;
}
```

Quale è l'output della funzione Vid su un generico input?

Esercizio 3 - Punti 6. Dato un vettore A di interi di lunghezza n , la distanza $d(i, j)$ tra due posizioni del vettore è definita come $d(i, j) = |A[i] - A[j]|$. Si vogliono determinare tre posizioni del vettore i , j , e k tali che $d(i, j) = d(j, k)$. Scrivere il codice di una funzione C per risolvere tale problema. Calcolarne la complessità con criterio di costo uniforme.

Esercizio 4 - Punti 6. Una lista con rappresentante è una lista concatenata in cui ogni elemento ha anche un puntatore al primo elemento della lista (detto rappresentante della lista). Si consideri il problema di concatenare due liste con rappresentante (possibilmente allocando al più una quantità di spazio costante).

Implementare in C la struttura dati lista con rappresentante ed una funzione che risolva il problema sopra menzionato. Calcolarne la complessità con criterio di costo uniforme.

Quale è nel caso peggiore la complessità di n concatenazioni applicate a partire da liste contenenti al più un elemento? Si mostri un esempio in cui si raggiunge la complessità peggiore. E' possibile migliorare la soluzione proposta per abbassare tale complessità? Come?

Esercizio 5 - Punti 6. Realizzare la struttura dati grafo con liste di adiacenza. Sia G un grafo non orientato aciclico con n nodi. Il diametro $D(G)$ del grafo G è la distanza massima tra due nodi di G .

Scrivere una funzione C che calcola il diametro di un grafo G non orientato aciclico. Calcolarne la complessità con criterio di costo uniforme.

Esercizio 6 - Punti 5. Dire se la seguente funzione, il cui input è (la codifica di) una macchina di Turing M , è calcolabile:

$$f(M) = \begin{cases} 1 & \text{se esiste un input } x \text{ su cui la macchina } M \text{ termina} \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

In caso di risposta affermativa, descrivere a parole una macchina URM o di Turing che calcoli tale funzione. In caso di risposta negativa, dimostrare che uno fra i classici problemi dell'arresto (ad esempio, il calcolo della funzione *Halt* o della funzione *K*) si riduce al calcolo della funzione f .